

## **La compréhension des situations et la modélisation**

Une grande part de l'enseignement des mathématiques quelque soit la méthode utilisée et le niveau scolaire concerné consiste à les mettre en relation avec des données du monde réel<sup>1</sup>.

Dès les plus petites classes, l'accent est mis sur la manipulation. D'après les Instructions Officielles, le nombre apparaît avant tout comme un outil de gestions de quantités. Les formes géométriques quant à elles n'existent qu'à travers des formes-objets, des dessins, soit des objets physiques.

Autrement dit c'est par un questionnement à partir d'objets que les notions mathématiques prennent sens.

Parallèlement, des problèmes issus de la vie quotidienne de l'enfant ou liés à ces manipulations sont posés et résolus grâce aux mathématiques.

Ce type de problème va devenir au cours de la scolarité ce que l'on peut nommer problème à énoncé, problème scolaire, problème d'application suivant le point de vue que l'on adopte.

Les compétences à acquérir dans le domaine de la résolution de ce type de problème sont considérées comme essentielles et sont systématiquement évaluées jusqu'au Baccalauréat, voire au delà.

Aussi bien dans l'approche d'une notion que dans sa consolidation, on demande donc à l'enfant d'appréhender des situations « du monde », de se les représenter puis de les modéliser.

Or la perception qu'ont les enfants TED du monde qui les environne semble être très particulière. Certains détails peuvent prendre une importance considérable à leurs yeux au détriment du sens global d'une situation. L'intérêt même qu'ils portent à la situation peut aussi être disproportionné ou au contraire inexistant.

Leur expérience du monde vécu est donc très souvent éloignée de celle d'un enfant non-TED.

On peut donc s'attendre à des difficultés pour les enfants TED dès lors qu'il faut se représenter mentalement une situation, lui donner un sens et la modéliser.

---

<sup>1</sup> J'entends le monde sensible et social.

C'est ce que nous avons pu constater à divers degrés chez les enfants que nous avons suivis, en particulier en 2006. En 2008, la recherche n'a pas porté sur cet aspect des mathématiques et nous n'avons pas continué le travail entrepris sur ce thème. Certains résultats très succincts sont néanmoins apparus :

- Plusieurs enfants scolarisés en cycle 3 ne rencontrent pas de réelles difficultés pour la résolution de problèmes « classiques ». Ils réussissent à comprendre un énoncé et à y reconnaître les structures opératoires. C'est le cas de Fabrice, Rémi, Maxime et Mathilde. Maxime dont nous savons qu'il rencontrait des difficultés modérées dans ce domaine en CE1, a donc réussi à les surmonter.
- D'autres continuent à en rencontrer. C'est le cas de Martin, Damien et Line.

La suite de l'article ne concerne que les enfants suivis en 2006.

### **Louise en Grande Section, quantités et nombres.**

Louise sait dénombrer de petites collections lorsqu'on le lui demande explicitement mais le nombre obtenu dans ce cas n'est pas stable.

Elle sait compter le nombre de bougies sur son gâteau d'anniversaire mais lorsqu'on lui demande combien il y en a elle répond 6 puis quelques temps après 4 puis 2. Elle ne sait pas qu'elle a 5 doigts à une main.

Nous avons voulu évaluer sa compréhension des quantités au travers des notions de « autant que » « plus que » « moins que ». L'activité d'évaluation est décrite dans le texte « [Verres et pailles](#) ».

Par ailleurs ses performances formelles, connaissance de la comptine numérique orale, connaissance de la file numérique écrite en chiffres, correspondance entre les deux, sont bonnes pour son âge.

Les propositions de progression et d'activité que nous avons faites à son enseignante sont décrites dans le texte « [Proposition de progression numérique](#) ». Une des activités est présentée dans le texte « [Activité le jeu du serpent](#) »

### **Martin au CP, numération.**

L'enseignante propose très régulièrement des activités pendant lesquelles seuls quelques enfants agissent, les autres étant observateurs. Cette forme d'activité lui permet le plus souvent de dégager collectivement certains résultats et de passer des consignes pour un travail individuel ou de groupe.

Dans d'autres cas, elle pose de petits problèmes à ses élèves en effectuant une manipulation devant eux.

Martin ne s'adapte pas vraiment à la situation d'observateur. Il demande très souvent à agir lui-même et lorsqu'il ne le peut pas, il se désintéresse le plus souvent de ce que les autres enfants réalisent devant lui.

Dans le cas où c'est l'enseignante qui agit, il a beaucoup de mal à comprendre ce qu'elle fait. Un problème qu'elle pose régulièrement est par exemple celui « de la boîte » : elle place un certain nombre d'objets dans une boîte puis en ajoute ou en retire. Elle annonce simultanément les quantités considérées. Les enfants doivent trouver combien il y a d'objets dans la boîte à la fin de sa manipulation. Martin a eu beaucoup de mal à répondre dans un premier temps. Il était incapable d'effectuer la bonne opération dans ces conditions. Il répondait systématiquement par une addition. Une hypothèse possible était qu'il ne comprenait pas le sens d'un retrait, une autre hypothèse relevait de son rôle dans l'activité.

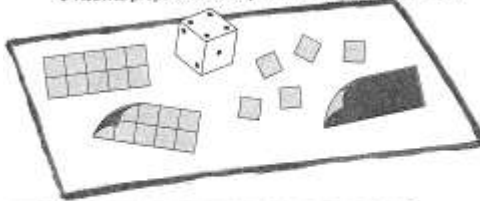
Nous avons alors suggéré à l'enseignante de lui demander d'effectuer lui-même la manipulation. Il a réussi assez rapidement à comprendre le lien entre son action (retirer ou ajouter des objets) et le calcul à effectuer (addition ou soustraction). Il a par la suite réussi à répondre correctement même lorsque c'était l'enseignante ou un autre enfant qui agissait.

Le besoin d'être acteur qu'il manifeste n'est donc pas uniquement de nature sociale (besoin d'être pris en compte personnellement) mais dénote également de sa difficulté à comprendre une situation qui lui est présentée sans qu'il agisse lui-même.

Du point de vue des apprentissages numériques, le système de numération décimale est introduit dans cette classe simultanément en tant que numération-compteur où l'idée de dizaine ressort d'une observation réfléchie de la suite numérique et en tant que numération-groupement basée sur la manipulation. Martin est très à l'aise en calcul et dans toutes les activités basées sur l'étude des nombres (numération compteur notamment). Par contre il a de grandes difficultés pour comprendre et assimiler la numération-groupement. Celle-ci est introduite par le jeu du casino :



Date : \_\_\_\_\_

• Activité préparatoire : Le jeu du casino. (Mat. planche 5)



### Règle du jeu du casino

Deux ou trois joueurs. Un croupier. Un dé.  
Chaque joueur lance le dé. Pour chaque point marqué, il obtient une plaque d'un carreau jaune. Le joueur commande ses plaques au croupier. Puis il échange en utilisant la règle du « dix contre un ».

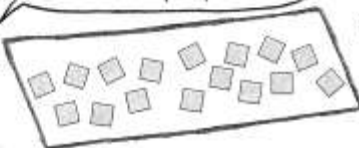
Dix  contre une 

Une partie se joue en 6 coups de dés.  
Le gagnant est celui qui marque le plus de points.

### Application

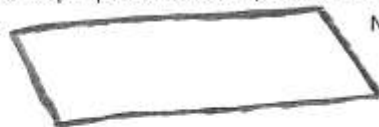
1<sup>re</sup> partie

Voici mes plaques.

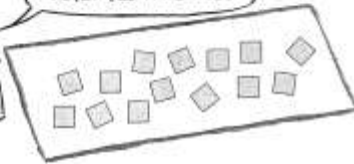


Dessine les plaques obtenues après les échanges :

Marie



Voici les miennes.

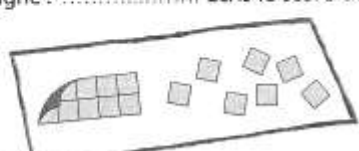


Nicolas

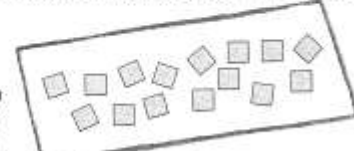
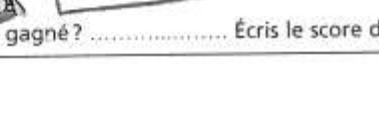


Qui a gagné ? ..... Écris le score de Marie : ..... de Nicolas : .....

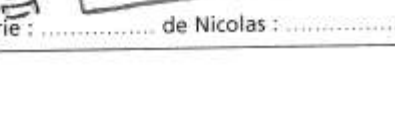
2<sup>e</sup> partie



Marie



Nicolas



Qui a gagné ? ..... Écris le score de Marie : ..... de Nicolas : .....

Ce jeu donne lieu à plusieurs activités. A la suite de celles-ci alors que la plupart des enfants ont bien compris l'utilisation du matériel et le système d'échanges, Martin est toujours en grande difficulté<sup>2</sup>.

Lorsqu'on lui demande de donner 23 carreaux à l'aide du matériel, il donne une plaque de 10, puis 13 carreaux. Quand on lui demande la même chose mais qu'il n'y a que 10 carreaux isolés à sa disposition, il ne trouve pas comment faire.

Après un temps assez long, Martin finit par savoir utiliser le matériel.

C'est à l'occasion d'une autre activité destinée à donner du sens aux groupements par dix, indépendamment du matériel de numération utilisé dans le jeu du casino, que Martin rencontre à nouveau des difficultés.

Il s'agit d'une situation où les enfants doivent déterminer le nombre de haricots formant un gros tas.

<sup>2</sup> Il n'est pas le seul toutefois, quelques enfants sont dans son cas.

Sans donner un descriptif précis de l'activité, ils sont amenés à constituer des petits tas de 10 haricots chacun.

Le déroulement de l'activité de Martin est indiqué dans le texte « [Les haricots](#) »

Nous avons donc pu relever de la part de Martin une aisance relativement importante dans le domaine numérique formel. Par contre lorsqu'il s'agit d'utiliser les nombres comme des outils de modélisation de situations portant sur des quantités la difficulté est manifeste. Si Martin sait associer un nombre à une quantité à l'aide notamment du dénombrement, il a beaucoup de mal à résoudre un problème comme celui des haricots qui met en relation la notion de groupements et celle de dizaines. Dans le jeu du casino, il a réussi à acquérir l'automatisme qui consiste à associer un groupement (la plaque) au nombre dix mais cet automatisme reste très lié au contexte du matériel utilisé et l'on peut se demander quel est le sens qu'il donne à cette correspondance et même s'il lui en donne une ou si elle relève de l'arbitraire.

Une difficulté que l'on peut pointer et qui peut être très lourde de conséquences est donc de modéliser et de résoudre des problèmes portant sur des quantités.

Une hypothèse possible est celle d'une difficulté dans l'élaboration d'une représentation de la situation.

Nous avons proposé à Martin une situation destinée à le confronter à la difficulté mais en lui permettant de prendre appui sur ses compétences formelles. Le comportement de Martin dans une tâche de résolution de problème centrée sur cette notion de représentation est retracé dans le texte « [Les biscuits](#) »

### **Maxime au CE1 : la résolution de problèmes à énoncé**

Les compétences de Maxime sont hétérogènes dans ce domaine alors que par ailleurs c'est un excellent élève.

- Il utilise semble-t-il plus facilement le calcul que la représentation figurée. Les réponses qu'il apporte sont souvent brutes sans aucune trace de la procédure qu'il a utilisée mais lorsque la consigne explicite est d'écrire les opérations réalisées il est tout à fait capable de le faire.

*Evaluation Novembre 2004*

### 6) Problème

Dessine ou calcule puis complète la réponse :  $29 + 6 = 35$ .

César a 29 billes dans son sac. A la récréation, il en gagne 6.  
Combien de billes a-t-il maintenant ?

*Fiche 78 : Avril 2005*

**3** Zoé a 3 bagues à chaque doigt de la main droite et 6 bracelets à chaque poignet.



Combien a-t-elle de bagues ?

Zoé a 15 bagues en tout.  
 $5 \times 3 = 15$  bien

Combien a-t-elle de bracelets ?

Zoé a 12 bracelets en tout.  
 $6 \times 2 = 12$

- Il a beaucoup de difficulté à réaliser et à interpréter des représentations figurées et fait des erreurs. Ici par exemple, le dessin ne correspond pas à la réponse donnée dans le premier exercice, la situation est bien représentée dans l'exercice 2 mais la réponse n'est pas cohérente et reflète que la question n'est pas comprise. Seul l'exercice 3 est parfaitement réussi.

*Fiche 13 : Octobre 2004*

1 Ondine a 15 galettes dans son sac. Elle en mange 8.

Combien lui en reste-t-il ?



Il lui reste 7 galettes.

2 Laure achète 3 pochettes de feutres. Chacune contient 6 feutres.

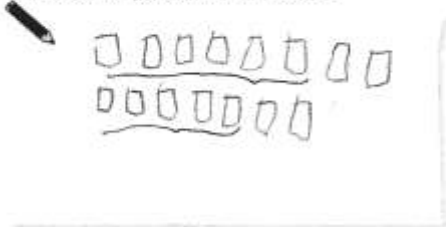
Combien de feutres achète-t-elle ?



Laure achète 18 feutres.

3 Léandre a collé 6 photos de footballeurs, 5 photos de cyclistes et 4 photos de basketteurs dans son cahier.

Combien de photos a-t-il collées ?



Léandre a collé 9 photos.

- Dans une série de problèmes qui mêle addition et soustraction, il produit des réponses difficiles à interpréter : on peut remarquer que les résultats sont tous obtenus par soustraction mais que les écritures produites sont toutes additives. On peut remarquer aussi que les représentations figurées qui sont données et qui doivent être interprétées ne le sont pas.

**Piste de recherche**

Observe les solutions proposées par les enfants. Quand la réponse est fausse, **barre-la**.



J'ai 18 images.  
J'en donne 5 à Fatima.  
Combien en ai-je maintenant ?

19, 20, 21,  
22, 23

Hélène : 23 images

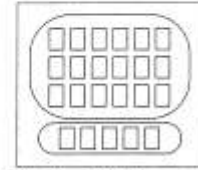
Lucas : 13 images



Anais : 13 images

~~18, 17, 16, 15, 14, 13~~

Ming : 13 images



Théo : 23 images

Complète.

Maintenant, Léa possède 13 images. ✓

Écris une égalité qui justifie la réponse : ~~18 + 5 = 23~~ 18 - 5 = 13

Pour chaque problème, **barre** les solutions fausses, puis **complète**.

**1** Kahina a 15 roses. Elle en donne 7 à sa cousine. Combien en a-t-elle gardé ?



Fabien : 22 roses

~~15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8~~

Lucie : 8 roses



Alfred : 8 roses

Kahina a gardé 8 roses. ✓

Écris l'égalité qui justifie ta réponse : ~~5 + 7 = 12~~ 15 - 7 = 8

**2**



J'ai 18 images  
de footballeurs dans ma boîte.  
Mon frère m'en donne 5 autres.  
Combien en ai-je maintenant ?

~~18, 19, 20, 21, 22, 23~~

Bastien : 23 images

XXXXXXXXXX  
XXXXXXXXXX  
XXXXXX

Marina : 23 images



Jules : 13 images

Kahéo possède maintenant <sup>23</sup>23 images. ✓

Écris une égalité qui justifie ta réponse : ~~10 + 3 = 13~~ 18 + 5 = 23



- Il a également du mal à réaliser des schémas sur la droite numérique pour résoudre des problèmes additifs ou soustractifs. Ici on peut constater que les résultats numériques sont justes, que Maxime a fait les bonnes opérations (des additions à trou) mais qu'il n'a pas du tout compris le fonctionnement des schémas.

**Fiche 69 : Avril 2004**

**Piste de recherche**

J'ai parcouru 75 m. Il en reste encore 25 à faire.

Observe le schéma. Explique-le à ton camarade. Complète-le avec les nombres.

Quelle est la longueur de la course d'aviron?

Réponds à la question de Léa.

$75 + 25 = 100$

Complète le schéma et réponds à la question de Théo.

Je dois parcourir 100 km. J'ai déjà roulé 75 km.

$75 + 25 = 100$   
 $100 - 75 = 25$   
 Il reste 25 km à faire.

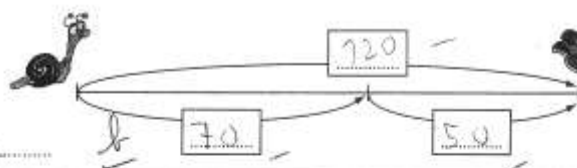
*bl*  
*moyen*

**Renseigne les schémas et réponds aux questions.**

- 1** L'escargot doit parcourir 120 cm. Il s'arrête après avoir rampé 70 cm.

Quelle distance doit-il encore parcourir ?

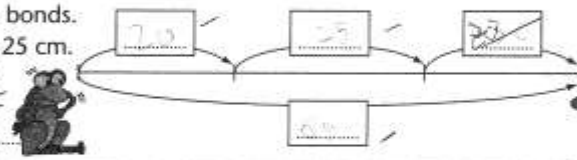
*Il doit parcourir encore 50 cm.*



- 2** Une grenouille franchit 65 cm en trois bonds. Le premier mesure 20 cm, le deuxième 25 cm.

Quelle est la longueur du troisième ?

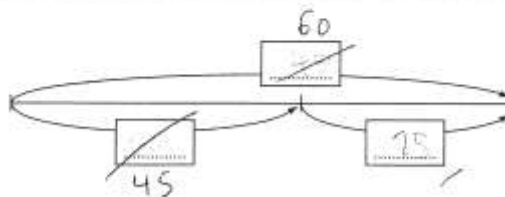
*La longueur du troisième bond est de 20 cm.*



- 3** Une marchande avait 60 m de ruban. Il lui en reste 45 m.

Quelle longueur de ruban a-t-elle vendue ?

*Elle a vendu 15 m de ruban.*



**Double d'un nombre** - Le maître dit : « Quel est le double de 20 ? » ; l'élève écrit : 40.  
 Double de 20 ; de 8 ; de 15 ; de 7 ; de 50.

## Damien au CE2, résolution de problèmes à énoncé

Il ne semble pas à première vue rencontrer de difficulté pour résoudre des problèmes, même lorsque leur structure est complexe et que c'est seulement à partir du texte écrit qu'il faut la reconnaître et savoir quelle opération effectuer.

Lorsque les problèmes sont donnés en évaluation, il les résout en principe seul même si l'éducatrice du SESSAD est présente. Cependant l'enseignant n'en est pas totalement assuré : le fait de donner son avis sur une réponse, même par une mimique seulement peut guider Damien. Sa réussite est néanmoins manifeste.

Les problèmes posés dans le cadre de l'évaluation à l'entrée du CE2, ont eux été résolus par Damien sans la présence de l'éducatrice.

Dans le premier, malgré le cadre incitatif, il n'y a aucune trace de la démarche suivie par Damien mais le résultat est correct.

c. Lors d'une course, 108 coureurs prennent le départ. Il y a beaucoup d'abandons : 85 coureurs seulement terminent la course.

Combien de coureurs ont abandonné ?

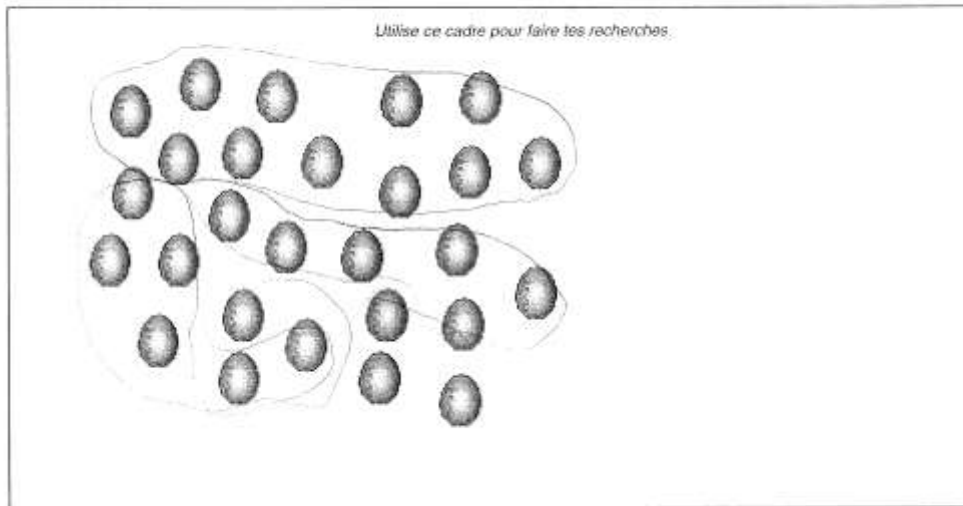
Utilise ce cadre pour faire tes recherches



Réponse : 23 coureurs ont abandonné.

Dans le second qui est un problème de recherche nécessitant l'élaboration de procédures personnelles en début de CE2, le résultat donné est correct mais le dessin est difficile à lire.

La fermière a 27 œufs.  
 Elle veut les ranger dans des boîtes.  
 Une boîte pleine contient 6 œufs.



Combien de boîtes peut-elle remplir entièrement?

Elle peut remplir 4 boîtes.

$$\begin{array}{r} 1790 \\ \hline 70 \end{array}$$

Combien d'œufs restera-t-il ?

Il restera 3 œufs.

$$\begin{array}{r} 190 \\ \hline 71 \end{array}$$

Des groupements apparaissent bien mais ils ne comportent pas tous 6 œufs. Ces groupements semblent au nombre de 3 et le nombre d'œufs qui restent isolés est difficile à repérer : 5 dont 2 enveloppés dans les circonvolutions d'un groupement.

La relation entre la réponse qu'il donne et le dessin qu'il effectue est donc très difficile à établir.

Si son dessin reflète bien sa démarche, non seulement il n'a pas assimilé toutes les données du problème mais de plus il a mal interprété son dessin, les deux types d'erreurs s'annihilant mutuellement. Sa réponse correcte serait alors le fait du hasard.

Une autre possibilité serait qu'il ait trouvé le résultat pas un calcul mental et qu'il ait essayé ensuite de le représenter sur le dessin mais n'y serait pas parvenu.

Dans les deux cas, Damien aurait réussi à initier une démarche personnelle, mais dans le premier cas elle serait incorrecte car Damien n'aurait pas compris le sens de la situation.